OORSPRONKELIJKE BIJDRAGEN

VOORDRACHTEN OVER DE THEORIE DER PROTHODONTIE

DOOR

B. R. BAKKER.

(Vervolg)

Pool en poolbaan.

Indien nu uit den vorm van een gewicht, als regel, niets is af te leiden omtrent de relatieve bewegingsmogelijkheden der door dit gewicht verbonden leden, dan dient het ons bezighoudende vraagstuk van een anderen kant te worden beschouwd.

Als men de beweging van een lichaamsdeel wil bestudeeren, dan is het toch voor de hand liggend dit deel te doen... bewegen! Men kan niet zeggen, dat alle onderzoekers van het articulatie-vraagstuk deze vanzelfsprekendheid hebben gevoeld. Waarom niet? Misschien omdat men in de beweging der onderkaak niet veel te bestudeeren zag. Men zocht — en vond vlot — hèt draaipunt voor de open- en dichtbeweging van de kaak; eveneens stelde men de ligging vast van hèt draaipunt der voorbeetbeweging en deed voor de zijdelingsche bewegingen de onderkaak draaien om een verticale as door een der condyli. Men zàg geen andere mogelijkheid dan de zeer eenvoudige en uit het dagelijksch leven bekende draaiing van een vaste as en met constante straal. Aan den anderen kant was het niet-eenvoudig karakter der anatomische verhoudingen te evident en noodigde tot nadere studie uit.

Wordt niet nog in bijna heel ons vak, maar zeker in ortho- en protodontie de studie van den vorm vlijtiger beoefend dan die der functie?

Voor degeen, die de kauwbeweging van den mathematischen kant begint te bezien is dit simpel aanvaarden van een draaiing om vasten as met constanten straal merkwaardig van naïviteit, omdat uit zijn gezichtspunt deze cirkelbanige beweging een der zeer bijzondere bewegingsvormen is. Voor hem is het veelvuldig voorkomen der eenvoudige rotatie in de machinetechniek niet voldoende reden om aan te nemen dat deze vorm, (die ik neiging heb „anorganisch" te noemen) ook in de physiologie overheerschend zou zijn.

Laten we, voor we hierop nader ingaan, eerst trachten de meest algemeene bewegingsvorm vast te stellen. Wel te verstaan voorloopig in een plat vlak. De redenen, die ons hiertoe nopen hebben we in het hoofdstuk over coördinaten en bewegingsleer in het algemeen, uiteengezet.

In dezelfde voordracht hebben wij gezien, dat zoowel een lijn als een vlakke figuur in een plat vlak *drie* bewegingsvrijheden hebben, n.l. twee translaties en een rotatie. Hieruit volgt, dat men, om de beweging van een vlakke figuur in het platte vlak te bestudeeren, zich kan bepalen tot het nagaan der bewegingen van een met die figuur vast verbonden lijn. Om den stand van een lijn te bepalen zijn steeds vier grootheden noodg èn voldoende, n.l. de coördinaten van twee punten dier lijn. De kennis van den stand van twee punten eener vlakke figuur is dus ook voldoende om den stand dier figuur geheel te bepalen. Zoo zou het voor de in afbeeldingen 20 e.v. weergegeven gevallen voldoende zijn de ligging der punten P en Q van het bewegende lid ten opzichte van de punten P^1 en Q^1 van het rustende lid te weten om de geheele relatieve beweging te kennen.

We hebben verder in het licht gesteld, dat iedere standverandering eener lijn steeds kàn worden bereikt door twee translaties en één rotatie. Men vergelijke hierbij fig. 7, waarin de stand M_4 N_4 bereikt werd door een translatie evenwijdig aan de Y as en een evenwijdig aan de X as, gevolgd door een rotatie om M_4. Een dergelijke beweging kan men zich echter ook eenvoudiger denken. Laat in fig. 32 de stand van PQ ten opzichte van P^1Q^1 veranderen tot PQ de plaats P_1Q_1 bereikt. Vereenigt men P met P_1 en Q met Q_1 dan zal het snijpunt der lijnen, die PP_1 en QQ_1 loodrecht middendoor deelen het punt zijn, waarom PQ *zou kunnen* draaien om den stand P_1Q_1 te bereiken. Immers $PQ = P_1Q_1$; $OP = OP_1$ d.w.z. de $\triangle$ POQ is over den $\angle POP_1$ gedraaid om het punt O.

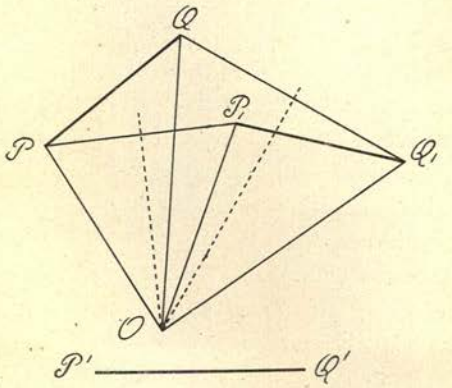

Fig. 32.

Men kan zich dus steeds *voorstellen,* dat een verandering van een stand naar een tweede stand bewerkt wordt door een draaiing om één punt. Dit draaipunt heet dan de *pool,* der gedachte beweging.

Op volkomen analoge wijze kan men zich vervolgens een standverandering denken van P_1Q_1 naar P_2Q_2. (fig. 33.) De draaiing geschiedt dan om de pool O_1. Eveneens op dezelfde wijze kan P_2Q_2 naar P_3Q_3 draaien om de pool O_2.

Voor een nog grooter aantal standveranderingen krijgen wij de volgende polen O_3, O_4... O_n en ontstaat indien wij deze polen door rechte lijnen verbinden de gebroken lijn O O_1 O_2 O_3... O_n, de pool-veelhoek, welke een gesloten veelhoek zal zijn àls P Q eindelijk zijn oorspronkelijke stand weer inneemt.

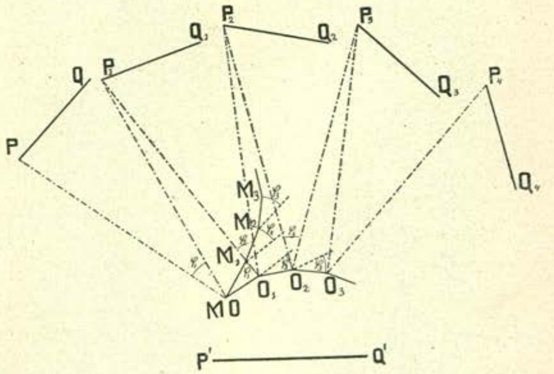

Fig. 33.

Deze volledige omwenteling over 360° zou dus bereikt zijn door het beschrijven van een serie cirkelbogen, welker stralen, middenpunten en middenpuntshoeken bekend zijn. De middenpunthoeken behooren bij $OO_1O_2 \ldots O_n$ zijn de hoeken, waarover de bewegende lijn draaide om $OO_1O_2 \ldots O_n$. Om O draait zij over de hoek POP_1. Deze hoek meten we door een cirkelboog met OO_1 als straal; zij kan dan worden overgebracht met OO_1 als een der beenen; OM_1 wordt dan het andere been. Denken we ons nu OM_1 vast verbonden met OP dan zal derhalve M_1 in de stand OP_1 samenvallen met O_1; of anders gezegd: als POM_1 zóó ver draait, dat M_1 samenvalt met O_1 is voor PQ de stand P_1Q_1 bereikt. Op soortgelijke wijze kan men met O_1 als centrum de hoek Q_2 overbrengen. Als M_2 na draaiing om O_1 samenvalt met O_2 heeft de bewegende lijn de stand P_2Q_2 bereikt. Men kan aldus de tweede veelhoek construeeren: de veelhoek $MM_1M_2M_3 \ldots M_n$ welke met de veelhoek $OO_1O_2O_3 \ldots O_n$ de veronderstelde beweging van PQ weergeeft in zoo verre, dat ieder paar samenvallende zijden der beide veelhoeken, één stand der bewegende lijn bepaalt.

Nu hebben wij ons telkens vrij aanzienlijke standveranderingen gedacht; even goed kan men ze zich echter kleiner denken; b.v. half zoo groot als wij in fig. 33 deden. Men zal dan twee maal zoo veel polen vinden voor de totale standverandering van PQ naar P_nQ_n, veelhoeken kunnen constateeren met dubbel zooveel zijden, en dus ook dubbel zooveel standen volkomen hebben bepaald. Vervolgen wij dit procédé, dan denken wij ons dus eindelijk de hoeken Φ_1 Φ_2 Φ_n oneindig klein, dan wordt het aantal polen oneindig groot, wordt ook het aantal zijden van ieder der veelhoeken oneindig groot en zullen wij een oneindig aantal standen hebben vastgesteld. M.a.w. door de veelhoeken te doen overgaan in krommen, zullen wij thans de *werkelijke* beweging volkomen hebben bepaald.

De nadruk moet in deze ontwikkeling vallen op het woord *denken*. Wij *denken* ons de hoeken Φ al kleiner worden tot ze oneindig klein zijn, *denken* ons dus een veelhoek met een oneindig aantal zijden, enz. De werkelijke uitvoering hiervan is natuurlijk ten eenenmale onmogelijk, maar is gelukkig ook onnoodig. Het vaststellen van een *beperkt* aantal polen is voldoende. Hoe groot dit aantal moet zijn hangt af van het meerder of minder gelijkmatig verloop der beweging en van hare uitgebreidheid. Zelfs geringe ervaring echter stelt den constructeur in staat voor geval tot geval hierin een beslissing te nemen. Door dit aantal punten dan kan, als de beweging niet *te* grillig is, een vloeiende kromme worden getrokken, maar ook slechts één. De eenig afdoende weg om U zelf hiervan te overtuigen is dit te gaan probeeren. Aldus *teekent* men uit de hand de kromme OO_1O_2... O_n, welke in de Hollandsche terminologie de *poolbaan* van PQ genoemd wordt, d.i. dus de baan, waarlangs tijdens de beweging de pool, d.i. het draaipunt, verschuift. Eveneens *teekent* men uit de hand met een beperkt aantal geconstrueerde punten als leiding de kromme MM_1M_2... M_n; deze heet de *poolkromme* van PQ. De Franschen noemen de poolbaan de *basis* en de poolkromme de *roulette* van de bewegende PQ. Deze namen acht ik gemakkelijker omdat zij duidelijk het karakter der beweging aangeven. De roulette immers dachten wij ons vast verbonden aan de bewegende PQ; de basis, voegen wij hieraan toe, zij vast verbonden aan de rustende P^1Q^1.Een meer materieele voorstelling hiervan geeft fig 34.

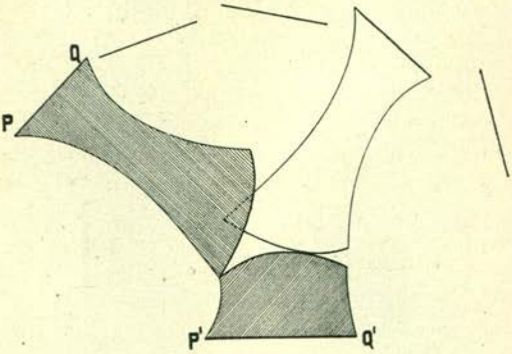

Fig. 34.

Als nu de roulette zich op de basis afrolt, voltrekt zich de beweging compleet. Wij hebben een willekeurige beweging herleid tot de ons bekende rolbeweging.

Volledig is hiermee het verkregen resultaat echter nog niet geschetst. Wij gingen uit van een beweging van PQ ten opzichte van P^1Q^1, en lieten in eerste instantie PQ en daarmee OM, draaien om O tot M_1 met O_1 samenvalt. Voor de *relatieve* standverandering, voor hunne positie *ten opzichte van elkaar,* bereikt men echter hetzelfde indien men P^1Q^1 en hiermee OO_1 laat draaien om O tot O_1 samenvalt men M_1. Doet men dit, dan wordt $MM_1M_2\ldots M_n$ de basis, en $OO_1O_2\ldots O_n$ de roulette van de bewegende P^1Q^1. Uit de beweging van PQ is dus hiermee de reciproke beweging van P^1Q^1 afgeleid. [1]) (fig. 33 en 35)

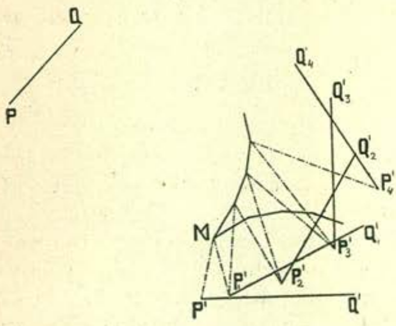

Fig. 35.

[1]) Zie: *Reuleaux*' „Theoretische Kinematik".

Wij bespraken hierboven een willekeurige beweging d.w.z. de banen voldoen niet aan bijzondere voorwaarden. Er bestaan intusschen bepaalde bewegingsvormen, waarbij de banen der punten P en Q wel speciale eigenschappen hebben. Zoo kan:

a. PP_1 evenwijdig zijn aan QQ_1. Omdat $PQ = P_1Q_1$ zullen dan PP_1 en QQ_1 moeten zijn of de diagonalen of de schuine zijden van een gelijkbeenig trapezium. De pool vonden wij in het snijpunt der midden-normalen op PP_1 en op QQ_1. Deze middennormalen vallen in dit geval samen en dus lijkt de pool onbepaald. Uit de figuren 36a en 36b blijkt evenwel, dat in dit bijzondere geval de pool het snijpunt is van PQ en P_1Q_1 of van hunne verlengden.

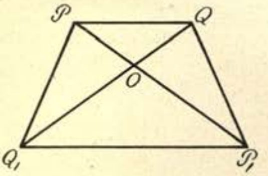

Fig. 36a.

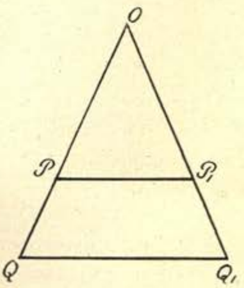

Fig. 36b.

b. PP_1 is evenwijdig èn gelijk aan QQ_1 terwijl P en Q zich in denzelfden zin bewegen. De middennormalen zijn dan ook evenwijdig en snijden derhalve elkaar in het oneindige. De pool ligt in het oneindige; de beweging is een translatie.

c. PP_1 is gelijk en evenwijdig aan QQ_1; P en Q bewegen zich in tegengestelden zin. Dit is alleen *mogelijk* als PP_1 en QQ_1 de diagonalen zijn van een rechthoek; het snijpunt der diagonalen is de pool [1]).

Deze bijzondere gevallen vermeld ik niet ter wille van de volledigheid alleen, maar omdat wij later bij de bespreking van de beweging der onderkaak dergelijke gevallen inderdaad zullen ontmoeten. En dit brengt ons terug op de bewering, dat zuiver mathematisch gezien de beweging om een vaste as met constante straal een zeer bijzondere beweging zou zijn. Om dat in te zien stelle men zich de vraag of in het algemeen het waarschijnlijk is te achten, dat in fig. 33 P_1O even lang zal zijn als P_2O_1 en Q_1O even lang als Q_2O_1. Ter verduidelijking brengen we de voorstelling over in fig. 37.

[1]) Zie *Cardinaal:* Leerboek der Kinematica.

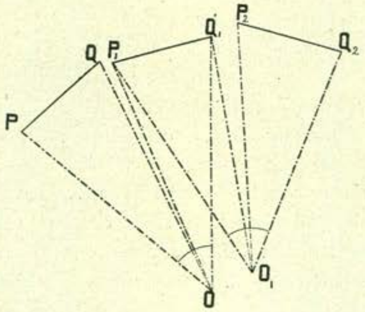

Fig. 37.

Voor de genoemde gelijkheid bestaat niet de minste reden; van een onnoemelijk groot aantal willekeurige bewegingen zal slechts één deze gelijkheid vertoonen. Maar *veronderstel*, dat $P_1O = P_2O_1$ en $Q_1O = Q_2\,O$ dan is ook $P_1\,O = P_1\,O_1$ en Q O en is dus $\triangle\ O\ P\ Q \cong \triangle\ O_1\ P_1\ Q_1$.

Deze beide driehoeken hebben de zijde P_1Q_1 gemeen en dus moeten de toppunten O en O_1 samenvallen. De pool verplaatst zich derhalve niet tijdens de beweging; zoowel straal als middenpunt zijn constant; deze zeer bijzondere beweging is de beweging langs een cirkel of langs meerdere concentrische cirkels.

We beschouwden hierboven de beweging van een lijn maar brengen in herinnering, dat men om de beweging van een vlakke figuur te bestudeeren, zich kan bepalen tot het nagaan der bewegingen van een met die figuur vast verbonden lijn. Denken wij ons dus een lijn PQ vast verbonden met een der leden van een gewricht en P_1Q_1 verbonden met het andere lid. (fig. 38)

Uit eenige standen van PQ zal dan dus door constructie van poolbaan en poolkromme de relatieve beweging der leden van het gewricht volledig kunnen worden bepaald. Om de voorstelling niet door te veel hulplijnen enz. onduidelijk te maken, kozen we de verhoudingen in fig 38 zoo, dat de constructie uit fg. 33 hierop onmiddellijk is over te brengen. (De geheele teekening is op iets kleiner schaal.) Het is duidelijk, dat de beweging, langs het anatomisch gewrichts-

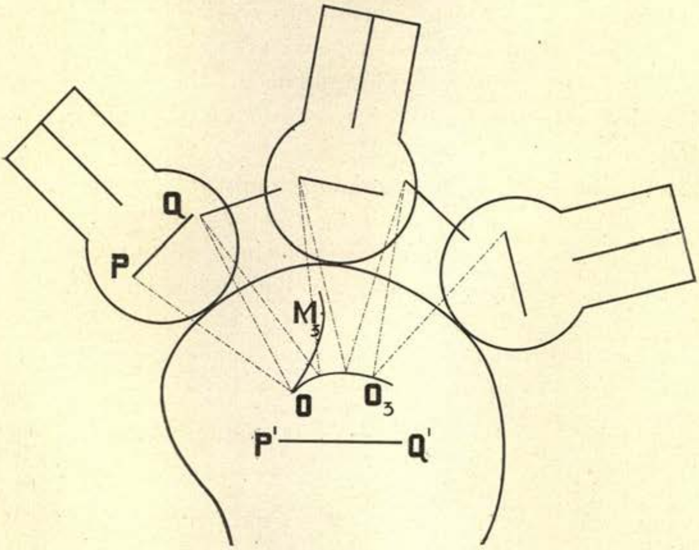

Fig. 38.

oppervlak, van het eene lid ten opzichte van het andere niet een zuiver glijden is en evenmin een zuiver rollen. Derhalve, zoo toonden wij aan in onze vorige voordracht, kan ook nauwkeurige kennis van den vorm der gewrichtsvlakken ons omtrent de beweging der leden geen licht verschaffen. Dit is alléén mogelijk als vaststaat, dat òf uitsluitend rollen òf uitsluitend glijden plaats grijpt.

Wat is dus thans de beteekenis van poolbaan en poolkromme, van basis en roulette? Zij is deze, dat wij in plaats van de anatomische gewrichtsvlakken, welker vorm moeilijk *nauwkeurig* bekend kan zijn, en waaruit zelfs bij volkomen nauwkeurige bekendheid nooit de beweging is af te leiden, hebben gesteld twee mathematisch geconstrueerde vlakken, die op elkaar zuiver afrollen, die dus de geheele beweging bepalen en haar bovendien overzichtelijk en gemakkelijk reproduceerbaar maken. In plaats van het voor bewegingsstudie onbruikbare *anatomische* stelden wij een uiterst bruikbaar *virtueel* gewricht.

Dit virtueele gewricht is een nadere beschouwing waard. Wij stellen ons hiertoe de vraag: welke vorm zal het virtueele gewricht bezitten in de beide uiterste gevallen, waarin in het anatomische gewricht of zuivere rolling of zuiver glijden plaats vindt.

Het eerste deel der vraag kan onmiddellijk worden beantwoord. Bij zuivere rolling vallen anatomisch gewricht en virtueel gewricht samen. Wij winnen hiermee dus een nieuwe bepaling van de rolbeweging welke luidt: de rolbeweging is een draaiing om de tijdens de rotatie zich langs het oppervlak van het rustende lid voortbewegende gemeenschappelijke raaklijn der beide leden.

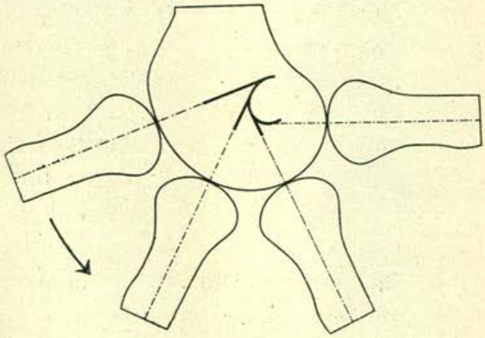

Fig. 39.

Omtrent de poolbaan enz. bij zuiver glijden der leden kan constructie ons nadere opheldering verschaffen. Voor fig. 39 werd deze uitgevoerd, maar liet ik de détails weg [1]). Het bewegende lid raakt het rustende lid steeds met hetzelfde aan het bewegende lid behoorende punt. Ons blijkt uit de figuur, dat in dit geval, d.i. bij glijbeweging van de eerste soort, de roulette een rechte lijn is, terwijl de basis is de meetkundige plaats der krommingsmiddelpunten van het rustend gewrichtsoppervlak.

[1]) Zie *Rudolf Fick:* Handbuch der Anatomie und Mechanik der Gelenke, en *Otto Fischer:* Kinematik organischer Gelenke.

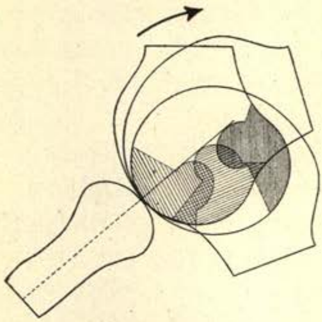

Fig. 40.

In fig. 40 eindelijk doen wij de beide leden dezelfde relatieve beweging uitvoeren maar in omgekeerden zin. Het straks bewegende lid wordt nu rustend, het straks rustende nu bewegend. Achtereenvolgens komt dus nu een serie punten van het bewegende lid in aanmerking met hetzelfde punt van het rustende lid en ons blijkt, dat bij deze glijbeweging van de tweede soort de roulette is de meetkundige plaats der krommingsmiddelpunten van het bewegende lid, terwijl de basis is een met het rustende lid vast verbonden rechte lijn.

Het laatst gevondene kunnen wij samenvatten in één, en voor ons doel meer bruikbare stelling: *als bij een beweging de roulette een rechte lijn is dan bestaat een glijbeweging van de eerste soort, is de basis een rechte lijn dan bestaat een glijbeweging van de tweede soort.*

(Wordt vervolgd.)