

VOORDRACHTEN OVER DE THEORIE DER PROTHODONTIE

DOOR

B. R. BAKKER.

(Vervolg)

Na onze inleiding over bewegingsleer in het algemeen kunnen wij ons thans met te meer vrucht met het speciale vraagstuk der onderkaaksbeweging bezig houden. Aan pogingen deze beweging nauwkeurig vast te stellen en te doorgronden heeft het sedert een halve eeuw niet ontbroken. Zonder twijfel kunnen wij met het werk van een lange reeks publicisten ons voordeel doen door zoowel het goede er in te benutten als door van hunne fouten te leeren. Het lag dan ook oorspronkelijk in mijn voornemen met u thans, onder den weidschen naam „methodologie” de wegen na te gaan, welke de verschillende onderzoekers hebben gevolgd. Toch is het misschien beter dit na te laten. De kritische zifting van door voorgangers verrichten arbeid is zeker noodig voor hem die later hunne voetsporen volgt; de bespreking ervan kan nuttig zijn, maar wekt licht den schijn van gebrek aan waardeering. En deze schijn mag m. i. in de collegezaal niet worden gewekt. Want U, volgers van „hooger” onderwijs, belangstellend natuurlijk in al wat u bereikt aan polemisch geschrijf, zou ik willen doordringen van deze opvatting: de werkelijk bescheidene heeft niet tot plicht eigen arbeid gering te schatten, maar oprecht respect te hebben voor het werk

van allen, die eerlijk zochten, óók als bij het toenemen der menschelijke kennis hunne resultaten objectief onjuist mochten blijken. Eigen studie der litteratuur is voor degenen onder u, die in het hier behandelde belang stellen, de aangewezen weg. Om u deze studie te vergemakkelijken, zal ik u een lijst van publicaties verstrekken, die allicht wel niet volledig zal zijn, maar die u voldoende op weg kan helpen ¹⁾ Aanvankelijk zou echter de hoeveelheid stof, de veelheid van methode ook, op u verwarrend kunnen werken. Om hieraan tegemoet te komen meen ik u te mogen wijzen op een classificatie, welke ik vroeger eens opstelde en welke leidende gedachte mij nog steeds juist voorkomt.

Men vindt in de litteratuur een strooming, waarin men voornamelijk op grond van anatomische gegevens tracht de beweging, die in haren aard toch physiologisch is, te doorgronden. Daarnaast zijn echter ook talrijke physiologen van zuiver ras aan te wijzen. In beide groepen werd door verschillende leden weer met onderling verschillende middelen gewerkt. Hiernaar trof ik eene verdeeling, welke benaderend karakter in onderstaand schema nog eens, door het gebruik van synoniemen werd aangegeven.

| I. | II. |
|---|-------------------------------|
| Anatomen. (Statici). | Physiologen. (Kinematici.) |
| 1a. Studie v. h. gewricht. | 1. Indirecte kinematici. |
| b. Directe imitatie v. h. gewricht. | |
| 2a. Studie v. d. tandstand. | 2. Directe kinematici. |
| b. Directe imitatie v. d. tandstand. | |
| 3. Studie v. d. tandstand en gewricht in onderling verband. | |

¹⁾ Verschijnt aan het einde dezer reeks.

Bij de bespreking van deze indeeling onthoud ik mij dus zooveel mogelijk van het noemen van namen, maar bepaal mij tot het maken van enkele onpersoonlijke opmerkingen.

Aan de richting IIa danken wij een aantal zeer belangrijke anatomische en vergelijkend-anatomische studies over het kaakgewricht van den mensch en van met den mensch verwante diersoorten. Niet gaarne zou ik zeggen, dat de kennis van deze geschriften niet van groot belang is voor ieder, die het articulatievraagstuk in zijn vollen omvang wil bestudeeren. Maar met het meeste respect voor het werk van deze onderzoekers blijf ik ook meenen, dat de meest volledige anatomische kennis van het gewricht geen opheldering geeft over de bewegingen, welke de kaak in staat is door middel van het gewricht te maken. Tot staving dezer meening herinner ik U aan het behandelde omtrent den vorm der aanrakingsoppervlakken van de leden en het aantal vrijheden van een gewricht. Ons bleek, dat de bewegingen welke een gewricht toelaat slechts in zeer bijzondere gevallen kunnen worden afgeleid uit de vormen der leden, n.l. indien tusschen de leden een uitgebreid vlakken-contact bestaat en dit contact tijdens de beweging bewaard blijft, (omwentelingsvlak, algemeen cilindervlak en schroefvlak) en er dus slechts één vrijheid van beweging bestaat. Dat het kaakgewricht hieronder niet valt, leert al zeer oppervlakkige beschouwing. De kaak blijkt tot velerlei beweging in staat te zijn. Het gewricht laat zeer gecompliceerde mogelijkheden toe, welke uit de anatomische vormen niet gelezen kunnen worden.

Tot deze ervaring schijnt ook de gelukkig kleine groep IIb gekomen te zijn. Wij treffen niettemin enkele pogingen aan om het articulatievraagstuk op te lossen en meteen van deze oplossing een practische toepassing te geven op het vraagstuk van den articulator door nabootsing van het beenig deel van het kaakgewricht in metaal, en nog korter, door een beenig kaakgewricht van een willekeurigen schedel te nemen en dit te voorzien van metalen aanzetstukken, om dan een dergelijk instrument als articulator te doen fungeren. „De

kunst begint, waar de imitatie ophoudt", heeft, meen ik, Coeberg eens gezegd. En waar het begrip ophoudt begint de imitatie voeg ik er in dit verband aan toe. Deze imitatoren dan zouden werken zonder kunst en zonder begrip. Is hiervan niet veel waar? Mij komt het voor alsof het vraagstuk der kaakbeweging hun onoplosbaar scheen. Hun redeneering schijnt min of meer te zijn geweest: de wetten, welke deze gecompliceerde bewegingen regeeren sporen wij nooit na; dit gaat boven menschelijke kracht! Maar geen nood, wij nemen het ding, waarmee die bewegingen gemaakt worden, wij nemen het gewricht zelf, secuurder kan het nooit!

Is het noodig hunne dwaling nog eens aan te toonen? Slechts op een paar punten wil ik even uwe aandacht vestigen. Het gewricht „maakt" de beweging niet, ook niet in dien zin, dat het slechts één beweging zou toelaten. Het menschelijk kaakgewricht bevat nog andere constructief zeer gewichtige deelen, dan alleen de beenige leden, de meniscus b.v., waarmee bij de imitatie geen rekening is gehouden. Men bootste het gewricht na van één cadaver, maar het eene individu scheelt te dezen opzichte aanmerkelijk van het andere, zoodat in vele gevallen de imitatie te kort zou schieten. Hieraan wordt principieel niets veranderd door een „gemiddeld" gewricht te nemen en dit na te maken.

Niet minder belangrijk werk dan door de bestudeerders van het gewricht, werd verricht door hen, die meer in het bijzonder hunne aandacht aan den tandstand wijdden. Verschillenden onder hen zijn van oordeel, dat de vorm der kauwvlakken, en de wijze, waarop de kauwvlakken van onder- en bovenkaak elkaar raken de alles beheerschende factoren zijn in de beweging van de kaak. Wij stellen voorop, dat deze meening natuurlijk slechts recht van bestaan heeft voor die bewegingen der kaak, waarbij de tandrijen in contact blijven. Gaarne zij daarbij toegegeven, dat het mogelijk is zich enig denkbeeld te vormen van de bewegingen in een bepaald geval, indien men accurate modellen van dat geval in handen neemt en ten opzichte van elkaar contact-verschuivingen doet

uitvoeren. Een meer algemeen inzicht in den aard der beweging kan een dergelijke experiment ons echter niet verschaffen. Bovendien is deze proef eigenlijk ook reeds een bewegingsonderzoek. De in dezen „zuivere” richting meet lengten, breedten en hoeken, tracht aldus te komen tot een mathematische vormbepaling. Dit nu, meenen wij, is onmogelijk. Deze vormen zoo nauwkeurig vast te leggen, dat daaruit de beweging zou zijn te construeeren is een niet te volbrengen taak. Dan zou immers aangetoond moeten worden, dat het aanrakingsvlak in kwestie is: een omwentelingsvlak, een algemeen cylindervlak of een schroefvlak, terwijl voor het eerste en het laatst de nader den vorm bepalende maten nog zouden moeten worden gegeven. Het bewijs voor een en ander zou wel buitengewoon moeilijk zijn te leveren. Omgekeerd volgt uit het feit, dat de onderkaak met behoud van tandrijcontact meerdere bewegingen uit kan voeren, dat het aanrakingsvlak niet een der drie genoemde mathematisch definieerbare vlakken is. Ongetwijfeld bestaat er een innig verband tusschen beweging en tandstand en kunnen sommige elementen der beweging worden gekend uit de helling van bepaalde tandvlakken. Wij zullen hiervan te zijner tijd gebruik maken. Een volledige afleiding der beweging uit den tandstand is echter tot op heden niet gelukt en ik meen à priori hiervan ook de onmogelijkheid te kunnen vaststellen.

Dezelfde moeilijkheden, die de gewricht-bestudeerders ondervonden hebben nu ook van dit veld bepaalde onderzoekers verdreven en hebben hen in het kamp der imitatoren gebracht.

Zij gaven hun streven op om door het meten en reproducereen dier maten een betrouwbaar beeld van de aanrakingsoppervlakken te construeeren en ook zij grepen naar het middel der directe imitatie. Uit een serie afgietsels van min of meer regelmatige gebitten wordt er een pasklaar gemaakt voor den prothese-behoeftegen patiënt en deze aldus voorzien van een apparaat, waarmee of waardoor hij kauwbewegingen zal kunnen of moeten maken. Of de practicus met deze

methode wel of niet succes heeft kunnen wij hier ter zijde laten, want al mocht deze methode voor de toegepaste prothetiek een zeer te waardeeren hulpmiddel zijn geworden, omtrent het bewegingsvraagstuk verschafft zij geenerlei licht. Zij had zich dit trouwens niet ten doel gesteld en houdt zich met beweging ten eenenmale niet bezig. Wij zullen dan ook niet dezelfde of soortgelijke bezwaren tegen haar doen hooren als tegen die der gewrichtsnabootsers. Wij hebben beide stroomingen willen aanwijzen, maar kunnen nu ook ten slotte volstaan, met te constateeren, dat zij eigenlijk buiten ons terrein van onderzoek vallen.

Anders is dit gesteld met de studies der tandstand en gewricht in onderling verband. Hier is wèl het doel uit zuiver anatomische gegeven de hieruit resulterende beweging af te leiden en onze bezwaren gelden dan ook met volle kracht. Men kent geen der beide in aanmerking komende vlakken-groepen voldoende nauwkeurig om tot exacte conclusies gerechtigd te zijn. Men kan hoogstens zeer globaal den aard der uitvoerbare bewegingen aangeven. Bij vergelijking van sommige diersoorten onderling kan men allicht vaststellen, dat enkele bewegingen door het eene soort wel en door het andere niet kunnen worden uitgevoerd. Voor vergelijking tusschen bewegingen van individuën van dezelfde soort is zij echter ongeschikt, maar heeft zij tot velerlei misvatting aanleiding gegeven. Wij zullen misschien gelegenheid hebben bij onze „Toepassingen” hierop terug te komen als we aan de boog van Spee, d. i. de kromme, die ontstaat door projectie der molaar- en praemolaarkauwvlakken op het sagittale vlak, een door in de prothetiek veelvuldig gebruikt en misbruikt zijn wel gewettigde afzonderlijke bespreking wijden.

Om te voorkomen, dat men mij in het voorgaande mis verstaat, herhaal ik hier nog eens, dat ik niet het nut dezer hoofdzakelijk anatomische onderzoekingen in het algemeen betwijfel en dat ik nog minder het werk der betrokken onderzoekers als zoodanig gering wil schatten, maar dat m. i. deze methode van werken in één opzicht stellig vruchteloos

zal blijven, n.l. in het werpen van licht op het vraagstuk der *beweging*.

Naast de anatomen-statici noemde ik de physiologen-kinematici en aan de eerste groep van hiervan gaf ik den titel indirecte kinematici. Deze titel bevat, zooals meer voorkomt, meer beleefdheid dan waarheid. Juister zou men hen eigenlijk onvoldragen kinematici kunnen noemen, omdat hunne kinematica niet af is; zij maken een goed begin, maar laten het daarbij. Deze groep immers onderzoekt zeer zeker de beweging, maar tracht deze af te leiden uit slechts twee op de een of andere wijze gefixeerde standen, gewoonlijk uit den begin- en den eindstand van het bewegende lichaam. Zonder, dat daartoe de minste grond bestaat, nemen zij dan aan, dat het lichaam door zuivere rotatie uit dien eersten in den tweeden is geraakt en construeeren het bijbehorend middenpunt op de een of andere, maar soms wonderlijke wijze. Afgezien van zeer wel mogelijke critiek op deze constructies, mag het na onze ontwikkeling der begrippen basis en roulette overbodig heeten er op te wijzen, dat de door deze schrijvers als juist aanvaarde stelling alleen juist is, indien men met oneindig kleine bewegingen opereert. Door een voldoende aantal standen in hun onderzoek te betrekken hadden zij de werkelijke beweging als een rotatie om een bewegende as kunnen vastleggen; thans hebben zij slechts de *pool* der volledige beweging gevonden, die in dit geval slechts fictieve waarde heeft.

De tweede groep der physiologen-kinematici omvat degenen, die volledig registreeren, zij het dan meest een onderdeel der beweging. De gevolgde redeneering toch is dikwijls deze: de kauwbeweging is samengesteld uit drie enkelvoudige bewegingen, n.l.: de openbeweging, welke in het sagittale vlak geschiedt, de beweging naar voren en naar achteren bij gesloten tandrijen, welke eveneens in het sagittale vlak plaats heeft en de zijdelingsche bewegingen, welke ten naastenbij in een horizontaal vlak liggen. Deze wijze van beschou-

wing is niet geheel juist, evenmin als de wijze van uitdrukken. De bedoelde elementen moeten wij in een volgend hoofdstuk nauwkeuriger omschrijven. Voorloopig is echter het aanwijzen van deze drie bewegingen, die Bernard Frank de orthale, de propaline en de ectale-entale genoemd heeft, reeds van veel nut. Deze bewegingen waren afzonderlijk meer dan eens voorwerp van onderzoek. Sommige schrijvers bepalen zich tot het registreeren van twee puntenbanen en houden zich verder niet bezig met het vaststellen van den poolbaan enz. Anderen, die wel de poolbaan bepaalden deden dit toch slechts voor een enkel geval of voor een paar gevallen, zoodat onderlinge vergelijking en opsporing van het karakteristieke in de onderzochte beweging niet mogelijk was. En juist het onderling vergelijken der verschillende bewegingstypen zal m. i. het ons mogelijk moeten maken ook dynamisch het systeem te doorzien. Wij zullen later trachten dit aan de hand van ettelijke voorbeelden aannemelijk te maken.

De registratie-techniek wisselt bij de verschillende onderzoekers in de details nog al aanzienlijk. De hulpmiddelen variëren van een stompje potlood met een stukje carton tot inductie- en kinoapparaat met fotografische plaat en film. Wij zullen niet al deze experimenten gaan napluizen, maar daarentegen de aan Braune-Fischer ontleende methode, volgens welke op ons laboratorium hoofdzakelijk werd gewerkt, vrij uitvoerig beschrijven.

Aanvaardt men niet van te voren enkele gegevens omtrent de beweging der kaak als bekend, dan moet men haar beschouwen als een zich in de ruimte bewegend lichaam, waarvan men, om de beweging te leeren kennen, standveranderingen vast moet stellen van *drie* met het lichaam vast verbonden punten. De standen dezer punten kunnen worden geprojecteerd op twee vlakken. Raadzaam echter is het ook de projectie uit te voeren op het derde vlak, waardoor men een contrôlemiddel wint op de beide andere. Overigens moeten, indien de stand van het punt I wordt vastgelegd op het tijdstip t , de standen van de punten II en III eveneens op het-

zelfde tijdstip t worden vastgelegd. Om berekeningen en constructies niet noodeloos moeilijk te maken en vooral om eventueele resultaten overzichtelijk te doen zijn verdient het aanbeveling ten slotte gebruik te maken van een orthogonaal coördinatenstelsel. Het ligt voor de hand ter bereiking van het aldus omschreven doel de fotografie als hulpmiddel te gebruiken. De te registreeren punten dienen dus lichtgevend te zijn. Men heeft hiervoor gepolijste metalen bolletjes gebezigd, die door sterk kunstlicht of door direct zonlicht beschenen, gemakkelijk een fotografisch beeld gaven. Later verving men deze bolletjes wel door electriche lampjes. Naar mijne meening is doelmatiger en exacter werken echter mogelijk, indien de lichtgevende punten volgens de straks genoemde methode door inductievonken worden gevormd. Als men in een inductiestroomgeleider op drie achter elkaar liggende plaatsen een klein stukje uitsnijdt, zullen bij het openen en sluiten van den keten op die drie plaatsen tegelijkertijd vonken overspringen. Het verschil in tijd, dat er in absoluten zin mag bestaan is zoo klein vergeleken bij den tijd gelegen tusschen het overspringen van twee op elkaar volgende vonken bij dezelfde onderbreking, dat hij verwaarloosd mag worden zonder de uitkomsten van het experiment te beïnvloeden.

De uitvoering van de proef is nu verder een zaak van wat geduld en nauwkeurigheid. Aan de kaak, waarvan de beweging zal worden onderzocht, bevestigt men een toestelletje, dat het doen overspringen van drie synchrone vonken toelaat. Deze bevestiging bleek niet altijd even gemakkelijk. Meer dan eens zocht men daarom een proefobject, wien een of meer tandelementen ontbraken. Dit kan m. i. geen aanbeveling verdienen. Wij overwonnen de moeilijkheid, door het eigenlijke vonkenapparaatje vast te maken aan een regulatieboog, die van ondiep gesneden schroefdraad werd voorzien. Een dergelijke boog kan men met zijdeligaturen, zonder schade voor de verschillende bewegingen zeer voldoende bevestigen. Men voert het experiment uit in een vertrek, dat

volkomen duister kan worden gemaakt. Hierin moeten drie rototoestellen zoodanig worden opgesteld, dat hunne optische assen elkaar in een punt loodrecht snijden. Dit opstellen is nog al tijdroovend en vraagt eigenlijk een instrumentarium, waarover ook wij niet konden beschikken. Met een meer gewone toestellen kan men zich op de volgende wijze behelpen. Op den vloer van het vertrek construeert men twee elkaar in O rechthoekig snijdende lijnen (fig. 41) en laat vanaf het plafond door verstelbare katrollen vijf schietlooden neer. Geheel gevierd zullen $Ly1$ en $Ly2$ de Y -as van den vloer raken; desgelijks zullen $Lx1$ en $Lx2$ doen met de X -as. Deze vier schietlooden worden nu zoo nauwkeurig mogelijk even hoog opgetrokken, b.v. op 150 c.M. boven een *horizontale* vloer. Schietlood Lo wordt tijdelijk ter zijde gehouden. Men kan nu met het opstellen der camera's beginnen. De camera Cx wordt zoodanig opgesteld, dat het beeld van de loodkogel $Ly1$ valt in het kruis van het matglas. Dit kan alleen gebeuren als de optische as van het toestel door $Ly1$ gaat. Dan houdt men $Lx1$ even ter zijde en zoekt $Lx2$ eveneens op het kruis van de camera te krijgen door den afstand lens-matglas te verkleinen. Zal dit gelukken, dan moet de optische as dus ook door $Lx2$ gaan. M. a. w. men moet de camera zoo stellen, dat de optische as zoowel door $Lx1$ als door $Lx2$ gaat. Met geduld en probeeren is dit te bereiken. Hetzelfde bewerkt men met de camera Cy en de loodkogels $Ly1$ en $Ly2$. Is men hierin geslaagd, dan kan men ten overvloede het schietlood Lo nog eens op dezelfde hoogte neerlaten en zich overtuigen of deze loodkogel te vinden is in het kruis van beide camera's.

Thans rest nog het apparaat Cz . Dit wordt op een zeer hoog statief opgesteld. Wij gebruikten hiervoor een Ica-reproductiecamera, waarin de lichtstralen door een spiegel over een hoek van 90 graden worden gereflecteerd en de hoofdas van de lens dus evenwijdig met het matglas loopt. Het instellen van dit laatste toestel is thans vrij eenvoudig. Het punt O moet vallen in het kruis van het matglas en het assenkruis XY moet zonder vertekening hierop zijn afgebeeld, wat ge-

makkelijk te controleeren is. Is deze opstelling geheel in orde gebracht dan kan men het proefobject, toegerust met het vonkenapparaatje doen plaats nemen. Gemakkelijk hiervoor is een gewone tandheelkundige stoel; zij staat vast en biedt het hoofd een stevigen steun. Streng genomen doet het er niets toe, hoe en waar de patiënt zit, mits natuurlijk binnen het door de camera's bestreken veld. Wij zullen echter er gemak van hebben, indien het hoofd zoo wordt gehouden, dat C_y of C_x een profielopname maakt en dus C_x of C_y frontaal fotografeert. Verder doe men een der drie te registreeren punten in den ruststand samenvallen met het punt L_0 . De Frankforter horizontale negeere men met een gerust geweten. Na nu nog de kamer te hebben „verduisterd” wordt de primaire stroom ingeschakeld en den patiënt verzocht kauwbewegingen te maken. Onmiddellijk is te zien dat de inductie-vonken bepaalde banen beschrijven, die echter elkaar grootendeels dekken, doordat de patiënt al kauwende ongeveer dezelfde bewegingen telkens weer herhaalt. Een foto

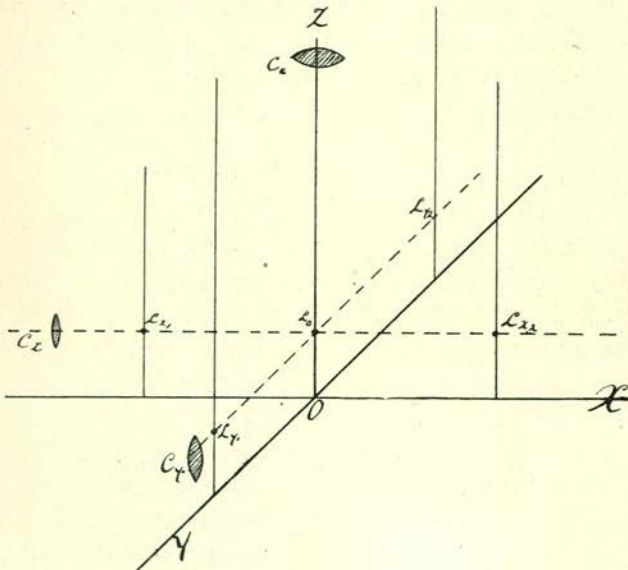


Fig. 41.

van deze vonkenbanen wordt een chaos. Derhalve instrueert men den patiënt slechts één beweging voor hetzelfde experiment te maken, b.v. slechts een openbeweging. Opent men nu lenzen en chassis, dan zal de foto enkelvoudige banen toonen, waarin de vonken afzonderlijk zijn te onderkennen.

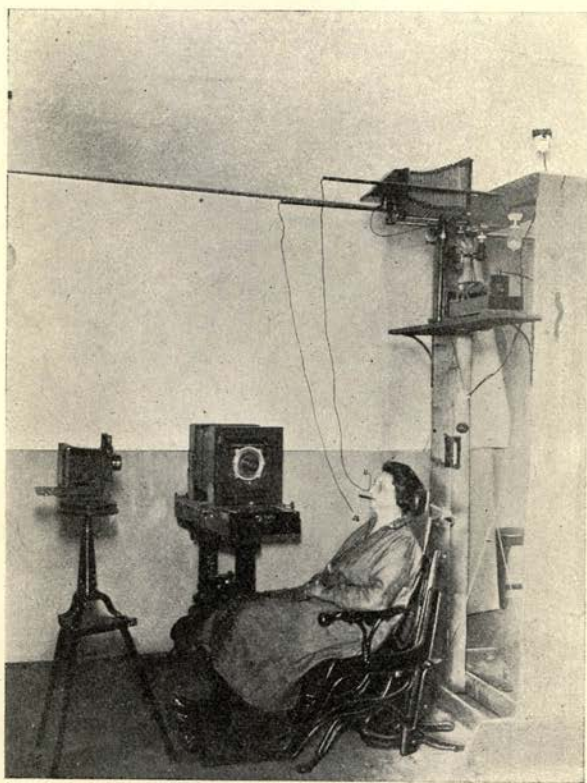


Fig. 42.
(Opstelling van het experiment).

Volledigheidshalve deelen wij, als behoorende tot de techniek van het onderzoek nog mee, dat men ter wille van het fotografisch resultaat de vonken beter tusschen koperen spitsen, dan tusschen platina kan laten overspringen en dat men de

onderbreker zoo moet regelen, dat gedurende een beweging 12 à 16 vonken worden opgenomen.

Een enkele bewegingsphase der onderkaak zal men dus op deze manier hebben kunnen vastleggen. Men zal in het bezit zijn gekomen van de centrale projecties van de bewegingsbanen van drie punten. Het toestel Cy leverde een centrale projectie van de verplaatsing der punten in de richtingen der X en der Z-as. Toestel Cx verschafte ons hetzelfde voor de verplaatsingen in de richtingen der Y- en der Z-as; terwijl toestel Cz voor de centrale projecties in de verplaatsingen in de richtingen der X- en der Y-as zorgde. Met deze drie centrale projecties, misschien bovendien nog gewonnen met lenzen van verschillende brandpuntsafstand kunnen wij zonder meer echter niet gaan werken. Zij, of liever de bij hen behoorende coördinaten moeten worden omgerekend tot voor orthogonale projectie geldende waarden.

Daartoe dienen dus de bedoelde projecties door coördinaten in cijfers te worden omgezet. Hiertoe fotografeeren wij op dezelfde negatieven nog een met asphalt-lak bestreken glasplaat, waarin om de 5 m.M. lijnen zijn ingekrast.

De opstelling dezer glasplaat is zoodanig, dat het snijpunt harer diagonalen samenvalt met het 0 punt van het coördi-

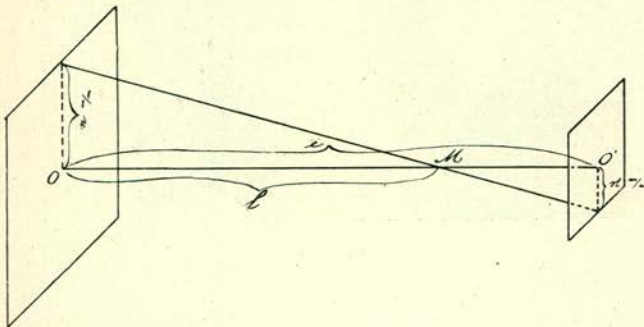


Fig. 43.

natenstelsel en dat zij zoowel om de Z- as, als om de X-as (en dus de Y-as) kan draaien.

Men kan nu volgens Fischer, wien we thans vrijwel letterlijk volgen, hieruit de orthogonale coördinaten berekenen. Korthedshalve geven wij de coördinaten, die gevonden werden met het apparaat, dat de X-as als optische as heeft, met de index a aan; was de Y-as de optische as, dan gebruiken we de index b . Van het eerstgenoemde apparaat is het optisch middelpunt gelegen op den afstand l_a van het coördinaten-nulpunt, van het tweede bedraagt deze afstand l_b . De optische middenpunten der apparaten kunnen uit de beeldafstand en de grootte-verhouding tusschen object en beeld worden berekend. Immers in fig. 43 is:

$$l: (e-l) = n : n^1$$

$$\text{dus } l = \frac{n}{n + n^1} e.$$

De orthogonale coördinaten x , y en z . van een willekeurig punt zal men nu kunnen afleiden uit de grootheden x_b , y_a , z_a , z_b , l_a , en l_b .

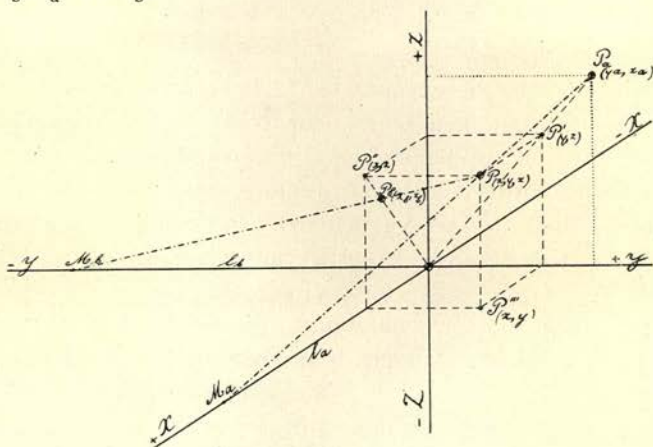


Fig. 44.

Noemt men n.l. de centrale projectie van een punt P op het YZ vlak P_a , de orthogonale projectie van hetzelfde punt op het YZ vlak P^1 , de centrale projectie van dit punt op het

XZ vlak P_b , de orthogonale P'' en de beide optische middelpunten M_a en M_b dan is volgens fig. 44:

$$P' P: l_a = P' P_a: O P_a$$

$$P' P = x$$

$$P' P_a: O P_a = (y_a - y): y_a$$

$$P' P_a: O P_a = (z_a - z): z_a$$

$$P'' P: l_b = P'' P_b: O P_b$$

$$P'' P = y$$

$$P'' P_b: O P_b = (x - x_b): x_b$$

$$P'' P_b: O P_b = (z - z_b): z_b$$

$$(I) \quad x: l_a = (y_a - y): y_a$$

$$(II) \quad x: l_a = (z_a - z): z_a$$

Uit I en III volgt:

$$l_b \cdot x + x_b \cdot y = l_b x_b$$

$$y_a \cdot x - l_a \cdot y = l_a y_a$$

en hieruit volgt:

$$x = \frac{l_a l_b \cdot x_b + x_b y_a \cdot l_a}{l_a l_b + x_b y_a}$$

$$y = \frac{l_a l_b \cdot y_a - x_b y_a \cdot l_b}{l_a l_b + x_b y_a}$$

$$(III) \quad y: l_b = (x - x_b): x_b$$

$$(IV) \quad y: l_b = (z - z_b): z_b$$

Uit II volgt:

$$z = z_a - \frac{x \cdot z_a}{l_a}$$

Uit IV volgt:

$$z = z_b + \frac{y \cdot z_b}{l_b}$$

Omdat men ter berekening van z twee onafhankelijke formules heeft, bezit men reeds eene contrôle op de exactheid der metingen en berekeningen. Tot zoover Fischer.

Vergroot wordt deze contrôle nog, maar natuurlijk ook de hoeveelheid der te verrichten berekeningen, als men, zooals wij deden, nog een derde camera gebruikt.

Uit de nu gevonden orthogonale coördinaten kan voor elke twee opeenvolgende standen de momentane as worden vastgesteld.

Bij de bespreking der beweging in een plat vlak en van poolbaan en poolkromme hebben wij dit centrum telkenmale geconstrueerd.

Is a het eene punt, betoogden wij, en b het andere punt, dan wordt het momentane centrum voor de standverandering van a_1 naar a_2 , en (dus) van b_1 naar b_2 , aangegeven door het

snijpunt der a_1a_2 en b_1b_2 loodrecht halveerende lijnen. Men ziet echter wel in, dat deze constructie door halveerende loodlijnen als de afstanden a_1a_2 en b_1b_2 slechts klein zijn, tot aanzienlijke fouten aanleiding kan geven. Aan den anderen kant mogen de afstanden a_1a_2 en b_1b_2 niet anders dan klein worden genomen, omdat anders in het construeeren der assenbaan een element van willekeur wordt binnengehaald. Inderdaad is deze moeilijkheid in een concreet geval dan ook meer dan eens onoverkomelijk en kan een grafische oplossing niet tot het doel leiden.

Gemakkelijker wordt dit zeker niet als men de grafische oplossing voor een ruimtebeweging wil probeeren. Immers in plaats van door twee verbindingslijnen van twee overeenkomstige puntenparen halveerende en elkaar snijdende loodlijnen aan te brengen, zal men nu de trajecten aa_1 , bb_1 en cc_1 met behoud van richting moeten verplaatsen tot a , b en c samenvallen, door a_1 , b_1 en c_1 een vlak moeten brengen, door de middens van aa_1 , bb_1 en cc_1 (op hun werkelijke plaatsen) vlakken moeten brengen evenwijdig aan het zoeven geconstrueerde, op *deze* vlakken de verbindingslijnen moeten projecteeren en van die projecties de middelloodvlakken moeten construeeren. Ik twijfel niet of U ziet het geval voor U, maar is niettemin bereid deze methode te vergelijken met eene, waarin de constructie door berekening is vervangen. Voor deze berekening hebben we de ruimtecoördinaten van drie reeksenpunten te onzer beschikking. We zullen deze noemen x_1, y_1, z_1 , enz., X_1, Y_1, Z_1 enz. en x_2, y_2, z_2 . De stand van de momentanen-as kan dan b.v. worden aangegeven door hare snijpunten met de coördinaatvlakken en zij wordt bepaald als een snijlijn van twee vlakken, waarvan het eene gegeven is door formule

$$I \left\{ \begin{aligned} & \left(X - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \left\{ (x_1 - x_2)(\gamma^2 + \beta^2) - \alpha\beta(y_1 - y_2) - \beta\gamma(z_1 - z_2) \right\} + \\ & \left(Y - \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \left\{ (y_1 - y_2)(\alpha^2 + \gamma^2) - \beta\gamma(z_1 - z_2) - \alpha\gamma(x_1 - x_2) \right\} + \\ & \left(Z - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \left\{ (z_1 - z_2)(\alpha^2 + \beta^2) - \gamma\alpha(x_1 - x_2) - \beta\alpha(y_1 - y_2) \right\} = 0 \end{aligned} \right.$$

en het andere door de formule

$$\text{II} \left\{ \begin{aligned} & \left(X - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \left\{ x_1 - x_2 (\gamma^2 + \beta^2) - \alpha \beta (y_1 - y_2) - \beta \gamma (z_1 - z_2) \right\} + \\ & \left(Y - \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \left\{ y_1 - y_2 (\alpha^2 + \gamma^2) - \beta \gamma (z_1 - z_2) - \alpha \gamma (x_1 - x_2) \right\} + \\ & \left(Z - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \left\{ z_1 - z_2 (\alpha^2 + \beta^2) - \gamma \alpha (x_1 - x_2) - \beta \alpha (y_1 - y_2) \right\} = 0 \end{aligned} \right.$$

Hetzelfde resultaat moet echter ook bereikt worden door deze vergelijkingen beurtelings te combineren met

$$\text{III} \left\{ \begin{aligned} & \left(X - \frac{X_1 + X_2}{2} \right) \left\{ (X_1 - X_2) (\gamma^2 + \beta^2) - \alpha \beta (Y_1 - Y_2) - \beta \gamma (Z_1 - Z_2) \right\} + \\ & \left(Y - \frac{Y_1 + Y_2}{2} \right) \left\{ (Y_1 - Y_2) (\alpha^2 + \gamma^2) - \beta \gamma (Z_1 - Z_2) - \gamma \alpha (X_1 - X_2) \right\} + \\ & \left(Z - \frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \left\{ (Z_1 - Z_2) (\alpha^2 + \beta^2) - \gamma \alpha (X_1 - X_2) - \alpha \beta (Y_1 - Y_2) \right\} = 0 \end{aligned} \right.$$

Om de coördinaten van het snijpunt der as met het ZOY-vlak te vinden, kan men dus de vergelijkingen I en II, I en III of II en III in combinatie gebruiken. Men stelt dan $X = 0$ en lost de beide vergelijkingen op. Om het snijpunt met het YOX-vlak te vinden stelt men natuurlijk $Z = 0$ en voor het XOZ-vlak $Y = 0$.

$$\alpha = \frac{(Y_1 - Y_2)(z_1 - z_2) - (y_1 - y_2)(Z_1 - Z_2) - (y_1 - y_2)(z_1 - z_2) + (z_1 - z_2)(y_1 - y_2) + (y_1 - y_2)(Z_1 - Z_2) - (z_1 - z_2)(Y_1 - Y_2)}{2}$$

$$\beta = \frac{(X_1 - X_2)(z_1 - z_2) - (x_1 - x_2)(Z_1 - Z_2) - (x_1 - x_2)(z_1 - z_2) + (z_1 - z_2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)(Z_1 - Z_2) - (z_1 - z_2)(X_1 - X_2)}{2}$$

$$\gamma = \frac{(X_1 - X_2)(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2)(Y_1 - Y_2) - (x_1 - x_2)(y_1 - y_2) + (y_1 - y_2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)(Y_1 - Y_2) - (y_1 - y_2)(X_1 - X_2)}{2}$$

Aldus is de weg voor het experimenteel onderzoek in den meest algemeenen vorm. Sommigen uwer zullen dit ongetwijfeld „a long way” achten. Mij is hij ook niet altijd kort gevallen. En zeker meerderen niet. Mij althans is geen enkel onderzoek der kaakbeweging bekend, dat aldus volledig werd

doorgevoerd. Zelfs het eminente werk van Ullrich houdt zich slechts bezig met de orthale, de propaline en de ectale-entale bewegingen, waarvan wordt verondersteld, dat zij wel bewegingen in een plat vlak zullen zijn. Hierdoor nu vereenvoudigt men zijne taak zeer aanzienlijk. Immers, waar wij voor driedimensionale experimenten genoodzaakt zijn met minstens twee camera's te werken, die elk voor zich, door welke oorzaak dan ook, een fout kunnen leveren en dáárom worden gecontroleerd door een derde toestel, kunnen wij ons thans tot het gebruik van één camera bepalen. Indien men zorgt, dat de optische as van dit toestel loodrecht staat op het vlak, waarin de beweging plaats heeft, dan kan bovendien de omrekening van centrale tot orthogonale projectie vervallen, omdat bij afbeelding op gelijke groote centrale en orthogonale projectie in dit geval gelijk zullen zijn, terwijl bij verkleining, wat wel meest het geval zal zijn, voor constructie of voor de lengte-eenheden bij analytische behandeling slechts een andere schaal wordt gebezigd. Nog grooter besparing echter wordt bereikt, doordat de formules ter berekening van het momentaan-centrum aanmerkelijk worden bekort en van dit centrum zelf ook slechts de x en de y uitgerekend behoeven te worden.

Als a en b de punten zijn, waarvan wij een serie achtereenvolgende standen kennen, welke standen gegeven zijn door de coördinaten x_1, y_1, x_2, y_2 , enz. voor a en door de coördinaten p_1, q_1, p_2, q_2 , enz. voor b , dan zal van de x coördinaat het centrum der rotatie van a_1 naar a_2 (en van b_1 naar b_2 (zijn:

$$\frac{1}{2} \frac{(x_1^2 - x_2^2)(q_1 - q_2) - (p_1^2 - p_2^2)(y_1 - y_2) + (y_1 - y_2)(-q_1 - q_2 + y_1 + y_2)(q_1 - q_2)}{(x_1 - x_2)(q_1 - q_2) - (p_1 - p_2)(y_1 - y_2)}$$

en de y coördinaat zal zijn:

$$\frac{1}{2} \frac{(y_1^2 - y_2^2)(p_1 - p_2) - (q_1^2 - q_2^2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)(-p_1 - p_2 + x_1 + x_2)(p_1 - p_2)}{(x_1 - x_2)(q_1 - q_2) - (p_1 - p_2)(y_1 - y_2)}$$

Bij onze experimenten met quasi-vlakke bewegingen stelden wij de coördinaten niet meer vast door het fotografeeren der

straks beschreven glasplaat. Zij werden direct gemeten met een hiertoe geconstrueerd microscoop, welke vorm ontleend werd uit het microscoop voor hersencoupees van Leitz. De zeer groote objecttafel is in een horizontale vlak in twee richtingen door micrometers verstelbaar. Een kruisdraad in het oculair maakt aflezen tot op $\frac{1}{100}$ m.M. nu gemakkelijk mogelijk.

Ook deze verkorte methode, die een onvolledig en niet volkomen nauwkeurig resultaat levert, vraagt naar men ziet,

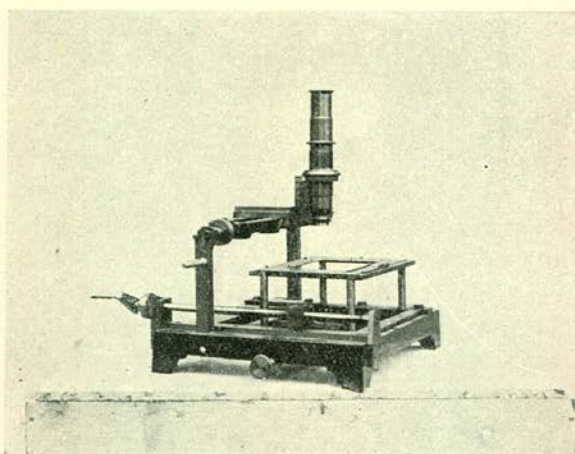


Fig. 45.

(Microscoop tot het meten der coördinaten).

nog al heel wat arbeid. De hoeveelheid werk echter, die eene methode vraagt behoeft haar niet onaannemelijk te maken, mits zij voert tot bruikbare resultaten, die niet langs een minder moeizamen weg kunnen worden verkregen. En hier komen wij nu voor een dilemma. Aan den eenen kant zijn van de experimenteetele methodes de U zooeven geschetste m. i. werkelijk de eenige welke aan de eischen van een exact experimenteel onderzoek voldoen. Aan den anderen kant echter eischen zij, indien zij werkelijk bij de bewegingen met kleine uitslagen,

welke op ons terrein liggen de resultaten zullen leveren, welke zij beloven, een technisch zóó volmaakt instrumentarium en daarnaast eene zóó groote hoeveelheid werk, dat men gedwongen is zich de vraag te stellen of die resultaten dit alles wel loonend maken. Wát bereikt men dan ten slotte na een tijdroovend onderzoek? Laten wij aannemen: tot in vele decimalen nauwkeurig de coördinaten der poolbaan van één phase eener kauwbeweging van één individu. Maar de zoo accurate kennis van dit eene geval krijgt pas hare waarde als het eene geval een lid wordt in een groote serie van op dergelijke wijze verrichte onderzoekingen. Want slechts door onderlinge vergelijking zullen wij het algemeene en het bijzondere in onze vondsten kunnen schiften. Men zou dus het experiment zéér dikwijls met verschillende individuën moeten herhalen in de hoop eindelijk te kunnen komen tot het werkelijke einddoel: inzicht in den aard der beweging.

Welnu, ik geloof niet, dat het volledig experiment voor dit doel aanbeveling verdient. En ik geloof, dat het vereenvoudigde experiment voornamelijk slechts waarde heeft als didactisch hulpmiddel en soms als contrôlemiddel op resultaten, welke m. i. beter langs anderen weg kunnen worden bereikt.

(Wordt vervolgd).